

**Урок** по теме «Построение графика квадратичной функции».

**Тип:** нестандартный, метапредметный.

**Класс:** 9(8)

**Учебник:** любот УМК

**Учитель:** Балагурова-Шемота Наталья Юрьевна

**Цели урока:**

*образовательные:* содействовать формированию умений построения графика квадратичной функции **новым способом**, содействовать освоению закономерностей мировоззренческих идей (понятие модели), повторить теорию конических сечений и практическое построение параболы с помощью нити, обеспечить органическую связь содержания урока с жизнью, интересами школьников, использовать межпредметные связи для формирования целостной научной картины мира.

*воспитательные:* создавать условия для формирования ответственного отношения к учебному труду, проявления личной заинтересованности при выслушивании высказывания каждого, умения работать в паре.

*развивающие:* развивать умения выделять главное, сравнивать, обобщать, делать выводы, критически относиться к получаемой информации, аргументировать собственное высказывание.

**Оборудование:** индивидуальные карточки, мультимедиа, документ-камера.



Ход урока

### 1. Организационный момент. Мотивация деятельности учащихся.

Учитель читает эпиграф к уроку, отрывок из стихотворения Андрея Вознесенского «Параболическая баллада» (Слайд 2) Учитель не называет автора и название стихотворения. Об этом узнают в конце урока.

Судьба, как ракета, летит по параболе  
Обычно – во мраке и реже – по радуге.  
Идут к своим правдам, по-разному храбро,  
червяк – через щель, человек – по параболе  
Сметая каноны, прогнозы, параграфы,  
Несутся искусство, любовь и история –  
По параболической траектории!

- Ребята, какой математический термин встречается в этом стихотворении?

- Парабола, траектория.

- А почему это слово поэт применяет в своем сочинении?

Дети высказывают свои рассуждения. Жизнь движется то вверх, то вниз, «хорошо» и «плохо».

- Понятно. У каждого может быть выстроено много таких парабол, и уже будет походить на другой график – синусоиду, который будем изучать позже.

## **2. Актуализация знаний.**

- Скажите, мы можем назвать параболу – моделью развития истории?

- Не знаем, может быть.

- А что такое модель?

Дети дают свои ответы.

- Мнений много, поэтому попытаемся разобраться на примерах. У вас на столах карточки с тезисами. Прочитаем и выберем из них те, которые на ваш взгляд характеризуют модель. ( Приложение №1)

Дети читают и обсуждают в паре с соседом.

- Слушаем ваши выводы.

**Макет здания.**

**Аэродинамическая труба.**

**Картина, изображающая бушующее море.**( Слайд 3)

- Это все модели. Но какова их роль?

Высказывания детей:

Если архитектор мог бы построить здание без экспериментов с кубиками. Но...он не уверен, что здание будет выглядеть достаточно хорошо. Если оно окажется некрасивым, то многие годы потом оно будет неммым укором своему создателю, лучше уж поэкспериментировать с кубиками.

Можно запустить самолет в производство и не зная, какие напряжения возникают, скажем, в крыльях. Поэтому его помещают в аэродинамическую трубу и с помощью соответствующих датчиков определяют величины напряжений, возникающих в различных местах конструкции

Но...эти напряжения, если они окажутся достаточно большими, к чему приведут?

- Вполне могут привести к разрушению самолета.

- Конечно, богатейшие эмоциональные впечатления можно получить стоя на берегу бушующего моря.( Кто испытывал это чувство, ребята?) Но...если вы вдали от моря или на море штиль, или речь идет о передаче этих впечатлений человеку, который вообще даже не видел моря. Лучше уж посмотреть на картину.

- Во всех перечисленных примерах идет сопоставление некоторого объекта с другим, его заменяющим. Причем во всех случаях предполагается, что какое

- то свойство сохраняется при переходе от исходного объекта к заменяющему. Хоть здание из кубиков и много меньше настоящего, но оно позволяет судить о его внешнем виде.Хоть самолет, находящийся в аэродинамической трубе, и не летит, но напряжения, возникающие в его корпусе, соответствуют условиям полета.Хоть картина и море с физической точки зрения не имеют, казалось бы, ничего общего, но эмоции они могут вызвать сходные.

- Ребята, давайте попробуем сформулировать определение модели.

- Модель – это такой материальный объект или мысленно представляемый, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты.

- А математическая модель – это описание, какого – либо объекта на языке *математики*. Процесс построения модели называется моделированием. Хорошо построенная модель доступнее для исследования, нежели реальный объект.

- А некоторые объекты вообще не могут быть изучены непосредственным образом. Какие?

Вернемся к таблице, прочитаем тезисы. Выбираем и обсуждаем.

Дети выбирают:

- Эксперименты с прошлым, или в истории, чтобы проверить «что было бы, если бы...»;
- с планетами Солнечной системы,
- эксперименты с экономикой страны в познавательных целях;( Слайд 4)



- В принципе возможно, но вряд ли разумно поставить эксперимент по распространению болезни (чумы) или осуществить ядерный взрыв, чтобы изучить его последствия. Однако все это возможно сделать на компьютере, построив предварительно модели.

- Делаем вывод. Для чего нужна модель?

- Для того чтобы понять как устроен объект.

- Для того чтобы научиться управлять им или процессами и определить лучшие **способы** управления.

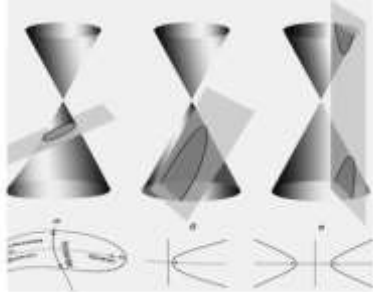
### **3. Изучение нового материала.**

#### **а) Повторение изученного ранее на уроках геометрии.**

Учитель: Кстати, хорошо построенная модель обладает удивительным свойством: ее изучение дает некоторые новые знания об оригинале.

В математике поражает эффективность моделей в применении для других наук. Правда, математическая модель не всегда дает немедленную

практическую отдачу. Бывает, что она полезна оказывается только через тысячу лет. Пример тому – конические сечения. Они были открыты в Древней Греции в 4 веке до н.э. Менехмом описаны Аполлонием Пергским (200 лет до нашей эры). ( Слайд 5)



Коническими сечениями называют эллипс, гиперболу и параболу, т.к. эти кривые можно получить на поверхности круглого конуса в пересечении плоскостью, не проходящей через вершину конуса. При этом поверхность конуса мыслится неограниченно продолженной в обе стороны от вершины. Почти 2 тыс. лет казалось, что теория конических сечений применима только к решению чисто математических задач. Но в 16 веке математик и астроном Иоганн Кеплер высказал гипотезу, что траектории движения планет Солнечной системы – это эллипсы. Правда, доказать это смог не Кеплер, а Исаак Ньютон в книге «Математические начала натуральной философии».

Камень, брошенный под углом к горизонту, летит по параболе. Правда сопротивление воздуха искажает форму параболы и в действительности получается другая кривая. Но, наблюдая движение в пустоте, мы увидели бы настоящую параболу. Траекториями движения метательных снарядов интересовался еще Аристотель, но лишь спустя 1000 лет замечательный ученый механик и физик Галилео Галилей, доказал, что траектория движения снаряда – параболу. (Слайд 6)



Вот наступает 17 век. "**Мыслю, следовательно, существую**» говорит Рене Декарт.

Рене Декарт. Суровый, трезвый и прямодушный мыслитель, он заставил человека размышлять над собой и своей мыслью, исследовать то, в чем сомневаешься. Декарт придавал громадное значение методу, т.е. **способу** мышления, рассуждения и вообще умственной работе, а его математические труды носят глубокий отпечаток этого его убеждения. А в математике он создал новый метод изучения геометрических кривых, который объединил геометрию и алгебру, связал геометрические кривые с алгебраическими уравнениями, оказалось возможным записать каждую линию на плоскости уравнением второй степени, связывающим ее текущие координаты. Эти линии называются кривыми второго порядка. Они часто фигурируют при математическом описании законов природы.

- Ребята, мы с вами на уроках геометрии разбирали эти кривые. Вспомните и скажите, какие именно?

- Эллипс, гиперболу и параболу. Выполняли практические работы по их построению.

Сегодня остановимся на параболе. Продолжим изучение темы «Построение графика квадратичной функции».

- Вспомним, как изобразить параболу с помощью нити.

- 1) Прикладываете линейку по директрисе параболы
- 2) Прикладываем к ней вплотную угольник малым катетом
- 3) Берем нитку, равную по длине большому катету и закрепляем ее с одной стороны в фокусе параболы кнопкой, а с другой – в конце большого катета, у острого угла.
- 4) Натягиваем нить карандашом, а в тоже время заставляем малый катет угольника скользить по линейке.
- 5) Карандаш удерживает нить в натянутом состоянии и прижимается к большому катету, скользя вдоль него. При движении угольника вдоль линейки карандаш вычерчивает параболу. (Слайд 7)



- Если повернуть параболу вокруг ее оси, то получится поверхность называемая параболоидом вращения. На оси такого параболоида есть точка – фокус, фокус по латыни обозначает очаг (поэт Вергилий употреблял его даже в смысле костер), т.е. место, где раскладывают огонь и откуда исходит свет. Если поместить в точку источник света, то каждый луч, дойдя до параболы и отразившись от нее, будет двигаться в направлении, параллельном оси симметрии параболы. В прожекторах фонарях, фарах машин используется параболоид вращения. (Слайд 8)



Согласно легенде, Архимед из Сиракуз сжег флот римлян, обороняя свой город с помощью зеркал. Это свойство параболических зеркал используется при конструировании солнечных печей, телескопов. (Слайд 9)



Параболические антенны собирают в одну точку сигналы радиолокатора, отраженные от самолета, а параболические тарелки используются для подачи сигналов для телевидения и мобильных.

## б) Обсуждение и решение проблемы.

Вернемся в наши дни, на наш урок.

Что надо сделать и найти, чтоб построить параболу?

Какой алгоритм нужен для построения параболы?

- Находим вершину параболы, затем характеристические точки, строим таблицу.

- А если ваши вычисления приведут к нерациональным результатам. Например,  $y = 0,5x^2 - 3x + 5$ ; найдите вершину параболы и нули функции.

Дети считают.

-Вершина параболы - **дробное число**, а нули функции - **иррациональные числа**.

- Это проблема?

-Да.

Учитель: А как сформулировать проблему?

Дети: Как построить параболу, не находя предварительно вершину параболы.

- Просто. Берем все точки подряд.

- А сколько их будет?

- Много.

-Это рационально?

- Нет.

- Тогда, сформулируйте новую проблему

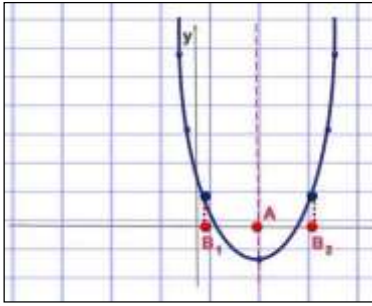
– Как рационально выполнить построение параболы, где вершина параболы

- дробное число, а нули функции – иррациональные числа или их нет

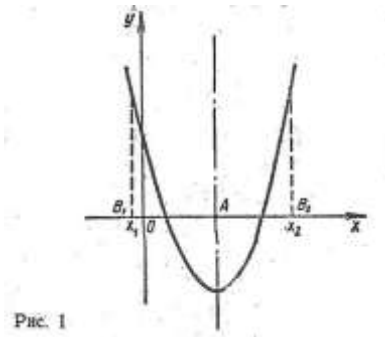
- Попробуем вместе вывести некую схему, формулу этой проблемы.

-Вычисления значительно упрощаются, если выбирать на оси абсцисс точки, симметричные точке А с абсциссой вершины параболы, следовательно, одинаково удаленные от нее. Давайте попробуем эту проблему решить проще, т.е. **получить новый способ. (Слайд 10)**





Пусть на оси  $Ox$  взята точка  $B_1$  с абсциссой (рис. 1); она удалена от  $A$  на  $-\frac{b}{2a} - x_1$ , значит, симметричная ей (относительно  $A$ ) точка  $B_2(x_2)$  удалена от  $A$  на  $x_2 - (-\frac{b}{2a}) = -\frac{b}{2a} - x_1$ , откуда  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ .



В частности, если точки  $B_1$  и  $B_2$  совпадают, то  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ , т.е. в этом случае имеем абсциссу вершины параболы.

В силу симметричности параболы относительно ее оси (т.е. прямой  $x = -\frac{b}{2a}$ ) значения  $y_{x_1} = y_{x_2}$ ; обозначим короче:  $Y$ .

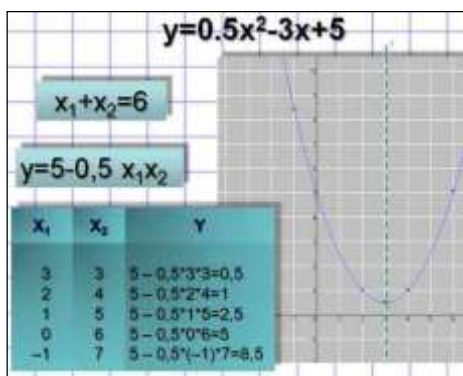
$$y = ax_1^2 + bx_1 + c = (ax_1 + b)x_1 + c = (a(-\frac{b}{a} - x_2) + b)x_1 + c = (-b - ax_2 + b)x_1 + c = c - ax_1x_2.$$

Итак, если  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ , то  $y = c - ax_1x_2$ .

#### 4. Решение учебных задач.

На столах карточки.(Приложение №2)

Разобьемся на группы и построим по новым формулам. (Слайд 11)



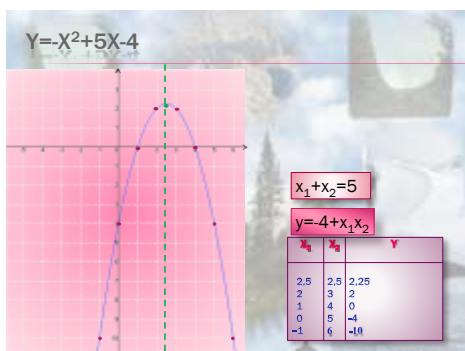
1)  $y = 0.5x^2 - 3x + 5$ ;  $x_1 + x_2 = 6$ ;  $y = 5 - 0.5x_1x_2$ .

$x_1$	$x_2$	$y$
3	3	$5 - 0.5 \cdot 3 \cdot 3 = 0.5$
2	4	$5 - 0.5 \cdot 2 \cdot 4 = 1$
1	5	$5 - 0.5 \cdot 1 \cdot 5 = 2.5$
0	6	$5 - 0.5 \cdot 0 \cdot 6 = 5$
-1	7	$5 - 0.5 \cdot (-1) \cdot 7 = 8.5$

Таким образом, вычислены координаты девяти точек параболы: (3; 0,5), (2; 1), (4; 1), (1; 2,5), (5; 2,5), (0; 5), (6; 5), (-1; 8,5), (7; 8,5)

2)  $y = -x^2 + 5x - 4$ ;  $x_1 + x_2 = 5$ ;  $y = -4 + x_1x_2$ . (Слайд 12)

$x_1$	$x_2$	$y$
2,5	2,5	2,25
2	3	2
1	4	0
0	5	-4
-1	6	-10



Первые выполненные работы в тетрадях показываем и демонстрируем с помощью документ-камеры.

Если есть ошибки, то ребята критически замечают и поправляют своих одноклассников.

- Сравним ваши работы с изображением на экране. У кого были вычислительные ошибки?

Ребята, этот способ не описан в школьных учебниках. Но проблема, которую вы сегодня поставили, решена и в вашей копилке появился новый способ построения параболы (при определенных условиях).

Дома подберите 3 квадратичные функции (новые или ранее построенные), которые целесообразно построить изученным сегодня способом. Постройте, и на следующем уроке их будут строить ваши одноклассники.

## 5. Рефлексия.

Учитель: Внимание на экран: картина. (Слайд 13)



Ребята, какие вопросы вы можете задать себе, товарищам, глядя на картину и помня о теме нашего урока.

Дети: Почему сегодня эта картина здесь?

Кого вы видите на картине? Кто художник?

Модель чего изображена?

Может на ней есть элементы параболы?

Учитель: Достаточно ваших знаний для ответа на вопросы? Попробуйте ответить на них

- Люди идут, первый упал, и второй тоже...Они слепые...

- Первый, кто упал – слепой и ведет за собой таких же слепых. Если посмотреть математически, то падают по дуге-элементу параболы.

- Зачем эта картина на нашем уроке? Думайте

- Первый не знает, куда ведет других и он в ответе за остальных

-Может, кто еще версию предложит?

Учитель: Это модель разрушения цивилизации. **Модель библейской притчи о слепых:** «Если слепой ведет слепого, то оба они упадут в яму».

Иносказательная притча в литературе носит название параболы. Может поэтому автор картины - голландский художник 16 века Питер Брейгель кроме основного названия «Слепые», дал название -«Парабола слепых». Живописец работал над ней умирающим до последнего дня своей жизни.

Зритель – единственный зрячий свидетель, он первый узнаёт о том, чего не знают слепые. В человеческом сообществе есть уже 8 версий интерпретации этой картины. Загляните в Интернет и сравните со своей версией.

Теперь вернемся к нашему стихотворению. Автор произведения – Андрей Вознесенский. *«Параболическая баллада»*. Какие мысли теперь возникают у вас после того как мы сегодня поработали на уроке, узнали какие модели существуют. Дети отвечают.

Вывод. Прекрати концентрироваться на проблеме и начни концентрироваться на поиске ее решений.

**Домашнее задание:**

а) придумать и построить графики квадратичных функций несколькими способами.

б) Творческое задание. ( Приложение №3)

**Притча-парабола** – рассказ, где сюжет движется как бы по кривой, автор начинает разговор с предмета, далекого от действительного замысла, с

частного, незначительного и к нему же возвращается в конце, снова удаляясь от главного, например, притча о Кудеяре (Н.А. Некрасов “Кому на Руси жить хорошо”). Начало и конец – рассуждение о божьей милости к грешникам, тогда как подлинный смысл ее – призыв к борьбе с угнетателями – содержится в сделанном мимоходом сообщении об убийстве помещика.

В мировой литературе жанр притчи широко распространен в баснях, отличается тяготением к народной мудрости. Модификациями являются универсальные произведения, написанные на основе мирового фольклора и литературного творчества. Примером может быть притча о блудном сыне.

В западной литературе XX века широко использовали жанр притчи Ж.П. Сартр, Ф.Кафка, А.Камю, У.Фолкнер, Теккереи, Диккенс. Широко известна повесть-притча Э.Хемингуэя “Старик и море”. Притчевые мотивы находим в творчестве позднего Л.Н.Толстого.

“У. Голдинг – писатель-параболист. Его параболы (притчи-иносказания) – это уроки всем нам, “незаметно и бессознательно они учат и обучают человека”.

В чем же иносказательный смысл повести-притчи “Повелитель мух”?

#### Список литературы и ресурсов

1. Математика в школе, №5, 1989г. Построение графика квадратичной функции.
2. Геометрия. 7-9 классы. Смирнова И.М., Смирнов В.А. 2-е изд., испр. - М.: 2007. - 376с
3. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. М., 1959
4. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М., 1968
5. <http://art-assorty.ru/6007-slepye-piter-breygel-starshiy.html>  
«Слепые» картина Питера Брейгеля
5. <http://andrey-voznemenskiy.ru/parabolicheskaya-ballada/>  
сайт Андрей Вознесенский
6. <http://infosgs.narod.ru/34.htm> статья «Понятие модели»

7. [http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_colier/6312/КОНИЧЕСКИЕ](http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_colier/6312/КОНИЧЕСКИЕ) Энциклопедия Кольера.

8. Уильям Голдинг “Повелитель мух” – М.: Педагогика, 1990. Предисловие Георгия Оцета – С. 11.

9. [http://studopedia.net/9\\_46346\\_filosofskaya-zhanrovaya-generalizatsiya.html](http://studopedia.net/9_46346_filosofskaya-zhanrovaya-generalizatsiya.html) Философская жанровая генерализация.